

SVOČ

Soutěž vysokoškoláků ve vědecké odborné činnosti

vyhlášená Matematickou vědeckou sekcí Jednoty českých matematiků a fyziků

Matematický ústav Slezské univerzity v Opavě

18.5.2001

Obsah

Úvodní slovo	1
Organizace SVOČ 2001	2
Odborné poroty	3
Abstrakty soutěžních prací	
Sekce S1 – Matematická analýza	7
Sekce S2 – Pravděpodobnost, statistika a ekonometrie	19
Sekce S3 – Matematické struktury	23
Sekce S4 – Teoretická informatika	35
Sekce S5 – Aplikovaná matematika	45
Výsledky soutěže	53

Milí studenti,

srdečně Vás vítáme na závěrečné konferenci druhého ročníku obnovené soutěže SVOČ v matematice a informatice. Její první ročník po desetileté přestávce vyhlásila Matematická vědecká sekce JČMF v roce 2000 u příležitosti Světového roku matematiky. Zájem studentů, počet a kvalita prací přihlášených do soutěže v loňském roce a dobrý ohlas na vysokých školách — to vše jasně ukázalo, že soutěž, ve které se studenti z různých vysokých škol mohou vzájemně pochlubit vlastními vědeckými výsledky, je nejen možná, ale i potřebná a vítaná.

Letošní ročník soutěže SVOČ přináší hned několik novinek. V první řadě s potěšením vítáme mezi námi sedm studentů z Bratislavy, kteří byli po jednáních iniciovaných studentskými komorami akademických senátů matematicko-fyzikálních fakult Univerzity Karlovy v Praze a Univerzity Komenského v Bratislavě pozváni k účasti „mimo soutěž“. Věříme, že porovnání prací českých a slovenských studentů bude zajímavé jak pro poroty, tak pro samotné účastníky. Není vyloučeno, a jistě bychom si to přáli, že by se na základě letošních zkušeností mohla SVOČ v budoucnu rozrůst na soutěž mezinárodní.

Stejně jako v loňském roce, vstupovali jsme i letos do vyhlášení soutěže s finančními prostředky, kterými vedle MVS JČMF přispěly některé české vysoké školy a další instituce. Za finanční a materiální podporu děkujeme Matematickému ústavu SU v Opavě, Matematicko-fyzikální fakultě UK v Praze, Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze, Institutu Teoretické Informatiky MFF UK v Praze, Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně, Matematickému ústavu AV ČR v Praze a Fakultě managementu VŠE v Jindřichově Hradci. Je velmi potěšující, že význam soutěže uznalo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR a přispělo na její organizaci a na ceny pro vyhodnocené soutěžní práce podstatnou finanční částkou. Letos poprvé máme sponzora z podnikatelské sféry, firma Hewlett-Packard, s r. o. se prezentuje věcnými dárky pro všechny účastníky celostátní konference SVOČ 2001.

Zvláštní poděkování patří pracovníkům Matematického ústavu SU v Opavě, kteří se ujali organizování celostátní konference v rámci oslav 10. výročí Slezské univerzity.

SVOČ je soutěž, a jako taková bude mít své vítěze. V našich očích však nebude poražených. Sepsání kvalitní práce a její prezentace na závěrečné konferenci SVOČ 2001 je samo o sobě úspěchem, ke kterému Vám všem blahopřejeme. Přejeme Vám příjemně a užitečně strávený den v Opavě, a hlavně mnoho úspěchů ve Vaší budoucí vědecké práci, ke které jste možná právě vykořčili.

Doc. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc.
MFF UK Praha
předseda řídicího výboru

RNDr. Marta Štefánková, PhD.
MÚ SU Opava
předsedkyně organizačního výboru

RNDr. Jiří Rákosník, CSc.
MÚ AV ČR Praha
předseda MVS JČMF

Prof. RNDr. Jaroslav Smítal, DrSc.
MÚ SU Opava
ředitel Matematického ústavu SU

Organizace SVOČ 2001

Vyhlašovatel soutěže: Matematická vědecká sekce JČMF

Organizace závěrečné studentské konference: MÚ SU v Opavě

Finanční a věcné přispění:

MŠMT ČR

Hewlett-Packard, s.r.o.

MVS JČMF

MÚ SU v Opavě

MFF UK Praha

FJFI ČVUT Praha

FSI VUT Brno

MÚ AV ČR v Praze

FM VŠE v Jindřichově Hradci

ITI MFF UK Praha

Řídící výbor SVOČ 2001:

doc. RNDr. Zdeněk Boháč, CSc., VŠB-TU Ostrava

doc. RNDr. Jan Franců, CSc., FSI VUT Brno

Mgr. Petr Lachout, PhD., KPMS MFF UK Praha

RNDr. Marie Kopáčková, CSc., FSv ČVUT Praha

doc. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc., KAM MFF UK Praha (předseda)

Břetislav Novák, DrSc., KMA MFF UK Praha

doc. ing. Edita Pelantová, CSc., FJFI ČVUT Praha

prof. RNDr. Jaroslav Smítal, DrSc., MÚ SU Opava

Organizační výbor závěrečné studentské konference:

prof. RNDr. Jaroslav Smítal, DrSc., MÚ SU Opava (předseda)

RNDr. Marta Štefánková, PhD., MÚ SU Opava

Jiřina Böhmová, MÚ SU Opava

Odborné poroty

Sekce S1 Matematická analýza

RNDr. Martin Kolář, PhD. (KMA PřF MU Brno)
RNDr. Marie Kopáčková, CSc. (FSV ČVUT Praha)
doc. RNDr. Kristína Smítalová, CSc. (MÚ SU Opava)
prof. RNDr. Luděk Zajíček, DrSc. (KMA MFF UK Praha)

Sekce S2 Pravděpodobnost, statistika a ekonometrie

RNDr. Petr Lachout, CSc. (KPMS MFF UK Praha)
ing. Josef Tvrdlík, CSc. (KIP PřF OU Ostrava)
RNDr. Jiří Vondráček, DrSc. (MÚ AV ČR Praha)

Sekce S3 Matematické struktury

doc. RNDr. Martin Čadek, CSc. (KAG PřF MU Brno)
Mgr. Tomáš Kaiser, Dr. (KM FAV ZČU Plzeň)
doc. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc. (KAM MFF UK Praha)
doc. RNDr. Olga Krupková, DrSc. (MÚ SU Opava)

Sekce S4 Teoretická informatika

doc. RNDr. Alica Kelemenová, CSc. (ÚI FPF SU Opava)
doc. RNDr. Antonín Kučera, Ph.D. (KTP FI MU Brno)
doc. RNDr. Jan Mareš, CSc. (KM FJFI ČVUT Praha)
RNDr. Petr Savický, CSc. (ÚI AV ČR Praha)

Sekce S5 Aplikovaná matematika

doc. RNDr. Zdeněk Boháč, CSc. (VŠB-TU Ostrava)
RNDr. Jiří Bouchala (KAM FEI VŠB-TU Ostrava)
doc. RNDr. Jan Franců, CSc. (ÚM FSI VUT Brno)
doc. RNDr. Josef Málek, CSc. (MÚ UK MFF UK Praha)

Abstrakty soutěžních prací

Sekce S1 – Matematická analýza

Jiří Benedikt – Sturmova–Liouvilleova úloha pro p -biharmonický operátor	8
Petr Honzík – Wolffův potenciál na kvazimetrickém prostoru	9
Eugen Kováč – Rôzne typy konvergencií, φ -konvergencia	10
Marek Lampart – Scrambled sets for transitive maps	11
Andrea Mesiarová – Spojité diagonály triangulárnych noriem	12
Tomáš Mocek – Hranice a hraniční chování v prostorech funkcí	13
David Opěla – Spaces of Functions with Bounded and Vanishing Mean Oscillation	14
Zdeněk Opluštil, Ladislav Polák – Oscilatorická kritéria pro 2-dimenzionální lineární systémy diferenciálních a diferenčních rovnic prvního řádu	15
Petra Šindelářová – Counterexamples to Sharkovsky's conjectures concerning maps with zero topological entropy	16
Petr Vodstrčil – O jedné tříbodové okrajové úloze pro diferenciální rovnici druhého řádu s deformovaným argumentem	17

Sturmova–Liouvilleova úloha pro p –biharmonický operátor

Jiří Benedikt

Fakulta aplikovaných věd ZČU v Plzni

Pro řešitelnost tzv. silně nelineárních okrajových úloh čtvrtého řádu je podstatná znalost struktury spektra Sturmovy–Liouvilleovy úlohy

$$(a(t)|u''(t)|^{p-2}u''(t))'' - \lambda b(t)|u(t)|^{q-2}u(t) = 0 \quad (1)$$

na intervalu $(0, 1)$ spolu s různými homogenními okrajovými podmínkami. Základními vlastnostmi, důležitými např. pro bifurkace netriviálních řešení, je jednoduchost a izolovanost vlastních čísel.

Jedním z cílů práce je odvození postačujících podmínek, za kterých je každé vlastní číslo úlohy (1) jednoduché. Úlohu přitom uvažujeme s obecnými okrajovými podmínkami Robinova typu. Vlastní čísla úlohy (1) jsou narozdíl od analogické úlohy druhého řádu (pro p –laplacián) jednoduchá pouze za jistých předpokladů na okrajové podmínky. Rovněž se zabýváme jednoduchostí zobecněných vlastních čísel (Fučíkovo spektrum).

V práci se dále zabýváme důkazem izolovanosti vlastních čísel okrajové úlohy s tzv. Navierovými okrajovými podmínkami $u(0) = u''(0) = u(1) = u''(1) = 0$. Důkazy uvedených vlastností spektra se opírají o větu o existenci a jednoznačnosti řešení příslušné počáteční úlohy, jejíž důkaz rovněž předkládáme. Ukazujeme, že pro obecně nehomogenní operátor čtvrtého řádu nemusí být zaručena ani lokální jednoznačnost, ani globální existence řešení příslušné počáteční úlohy. Tato situace nenastává pro okrajové úlohy s diferenciální rovnicí druhého řádu, a proto je analýza okrajových úloh čtvrtého řádu kvalitativně odlišná.

Předložený text bude zahrnut do diplomové práce autora.

Vzhledem k tomu, že silně nelineární okrajové úlohy čtvrtého řádu jsou v literatuře velmi zřídka zkoumány, jsou téměř všechny výsledky původní. Výjimkou je pouze izolovanost vlastních čísel Navierovy okrajové úlohy, která se opírá o článek *Global Bifurcation Result for the p –Biharmonic Operator* autorů P. Drábka a M. Ôtaniho, nedávno zasláný do tisku.

Wolffův potenciál na kvazimetrickém prostoru

Petr Honzík

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

V této práci studujeme chování Wolffova potenciálu na kvazimetrickém prostoru s mírou. Wolffův potenciál definujeme pro $0 < \kappa < \infty$, $1 < p < \infty$, kladnou integrovatelnou funkci g a $x \in X$ jako

$$(W_{\kappa,p}g)(x) = \int_0^R \left(t^{\kappa p} \int_{B(x,t)} g(y) dy \right)^{p'-1} \frac{dt}{t}$$

Nejprve se zabýváme jeho vztahem k frakcionálnímu maximálnímu operátoru

$$(M_{\kappa}g)(x) = \sup_{r \in (0,R]} r^{\kappa} \int_{B(x,r)} g(y) dy$$

ve váhovém kontextu. Výsledek

$$\begin{aligned} C^{-1} \int_0^{\infty} \lambda^{q(p'-1)-1} v(\{x \in X : (M_{\kappa,k}g)(x) > \lambda\})^{r/q} d\lambda \\ \leq \int_0^{\infty} \lambda^{q-1} v(\{x \in X : (W_{\kappa,k}g)(x) > \lambda\})^{r/q} d\lambda \\ \leq C \int_0^{\infty} \lambda^{q(p'-1)-1} v(\{x \in X : (W_{\kappa,k}g)(x) > \lambda\})^{r/q} d\lambda, \end{aligned}$$

je nový v klasickém případě. Na něj navazuje odhad slabého typu pro frakcionální maximální operátor, z něhož je možno získat interpolací nerovnosti pro frakcionální maximální operátor i Wolffův potenciál.

Dalším výsledkem je převedení Wolffovy nerovnosti

$$C^{-1} \int_X (I_{\kappa}g)^{p'}(x) dx \leq \int_X (W_{\kappa,p}g)(x) g(x) dx \leq C \int_X (I_{\kappa}g)^{p'}(x) dx$$

do kvazimetrických prostorů.

Tyto výsledky budou zahrnuty do připravované práce.

Rôzne typy konvergencií, φ -konvergenca

Eugen Kováč

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

V tejto práci sa budeme zaoberať zovšeobecneniami pojmu klasickej konvergenzie, konkrétne štatistickou konvergenciou, rovnomernou štatistickou konvergenciou a φ -konvergenciou. Zaoberáme sa najmä ich vzájomnými vzťahmi.

V úvode práce pripomíname jednotlivé pojmy a definície. Uvedieme definície asymptotickej a rovnomernej hustoty a z nich odvodenú štatistickú a rovnomernú štatistickú konvergenciu, ďalej maticových metód limitovania a regulárnej matice. Neskôr uvádzame motiváciu k zavedeniu φ -konvergenzie podľa *Schoenbergovho* článku *The integrability of certain functions and related summability methods*

Ukážeme, že z klasickej konvergenzie vyplýva φ -konvergenca a z nej zase štatistická konvergenca, pričom obrátene to nie je pravda. Potom sa zaoberáme vzťahom φ -konvergenzie a rovnomernej štatistickú konvergenzie. Uvádzame príklad postupnosti, ktorá konverguje rovnomerne štatisticky, ale nie je φ -konvergentná. Novými výsledkami v tejto oblasti je príklad neohraničenej φ -konvergentnej postupnosti a najmä dôkaz existencie postupnosti, ktorá je φ -konvergentná, ale nekonverguje rovnomerne štatisticky. Existencia takejto postupnosti bola doteraz otvoreným problémom.

Scrambled sets for transitive maps

Marek Lampart

Matematický ústav SU v Opavě

Práce tematicky spadá do oblasti diskrétních dynamických systémů. Zabývá se vztahem ω -chaosu, který zavedl Shihai Li [*Trans. Amer. Math. Soc.* 339 (1993), 243-249] a známého chaosu podle Li a Yorkea. Autor zde dokazuje následující tvrzení:

Každé bitranzitivní zobrazení $f \in C(I, I)$ je konjugované se zobrazením $g \in C(I, I)$ splňující následující podmínky:

1. existuje c -hustá ω -chaotická množina pro g ,
2. existuje extrémně LY-chaotická množina pro g ,
3. každá ω -chaotická množina pro g má nulovou Lebesgueovu míru.

Podíl vedoucí na vzniku této práce byl pouze technického rázu, proto je M. Lampart jediným autorem. Lze předpokládat, že práce bude publikována v některém předním mezinárodním matematickém časopise. Práce není součástí diplomové práce, protože M. Lampart je studentem 4. ročníku magisterského studia oboru Matematická analýza.

Spojité diagonály triangulárnych noriem

Andrea Mesiarová

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

Štruktúra množiny diagonálnych funkcií triangulárnych noriem doposiaľ ešte nebola charakterizovaná. Práca je venovaná porovnaniu množiny diagonálnych funkcií spojitých t-noríem ϑ^s a množiny spojitých diagonálnych funkcií nespojitých t-noríem ϑ^u . Opisuje štruktúru množiny ϑ^s a vyslovuje hypotézu o štruktúre množiny všetkých spojitých diagonálnych funkcií t-noríem. Práca negatívne rieši otázku existencie t-normy s diagonálou uvedenou v monografii [1].

Literatúra

- [1] E. P. Klement, R. Mesiar, E. Pap, Triangular Norms. Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 2000.

Hranice a hraniční chování v prostorech funkcí

Tomáš Mocek

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Motivací k této práci byl článek [3] R.E. Atally, ve kterém jsou zavedeny Choquetovy a exponované množiny pro jisté prostory funkcí a je formulována věta o jejich vzájemném vztahu. Zatímco každá exponovaná množina je Choquetova, opačný vztah nemusí platit. R.E. Atalla dokazuje, že tyto třídy množin splývají, pokud každou spojitou funkci na Šilovově hranici lze rozšířit na funkci z daného funkčního prostoru. Bylo otázkou, zda nelze vyslovit obecnější větu. Hlavním výsledkem práce je tvrzení, že tyto třídy splývají, pokud daný funkční prostor \mathcal{H} je simplicialní a \mathcal{H} -afinní funkce splývají s \mathcal{H} . Je ukázáno, že za těchto předpokladů jsou již splněny předpoklady Atallové věty.

Při bližším pohledu se ukáže, že Choquetovy množiny splývají v případě funkčního prostoru tvořeného spojitými afinními funkcemi na metrizable konvexní kompaktní podmnožině lokálně konvexního prostoru s uzavřenými hranami. V obecných funkčních prostorech jsou Choquetovy množiny zobecněním pojmu hrany. V konvexním případě existují různé charakteristiky simpliciality a podmínky, kdy uzavřené hrany jsou exponující, vyjádřené pomocí pojmů jako jsou paralelní či split hrany. Poslední pojmy lze pomocí anihilujících měř vyjádřit i v případě obecného funkčního prostoru a získat obdobné charakteristiky.

Z teorie potenciálu je známa Keldyšova věta: Ke každému regulárnímu bodu otevřené omezené množiny $U \subset \mathbb{R}^n$ existuje „harmonická bariéra“, tedy spojitá nezáporná spojitá funkce na \bar{U} , která je harmonická na U a anuluje se právě v tomto bodě. Množina $\mathcal{H}(U)$ všech spojitých funkcí na \bar{U} , které jsou harmonické na U , tvoří simplicialní funkční prostor a $\mathcal{H}(U)$ -afinní funkce splývají $\mathcal{H}(U)$. Uvědomíme-li si, že regulární body jsou Choquetovými množinami, získáme jisté zobecnění Keldyšovy věty.

V této práci jsou studovány základní vlastnosti Choquetových množin a exponovaných množin. Vzhledem k definici Choquetových množin se uvažuje o funkčním prostoru pouze na metrizable kompaktním prostoru. Ukazuje se, že řada tvrzení platných pro uzavřené hrany v konvexním případě zůstává v platnosti i pro Choquetovy množiny ve funkčním prostoru. Důkaz některých těchto tvrzení je možno provést pomocí přenesení do stavového prostoru a použitím vět platných pro konvexní případ, nicméně je dáána přednost přímému důkazu.

V úvodní části uvádíme přehled základních pojmů a použitých vět. První kapitola je věnována studiu Choquetových a exponovaných množin. V druhé kapitole podáme charakteristiky simplicialních prostorů v termínech Choquetových a exponovaných množin. Třetí kapitola obsahuje hlavní výsledky práce. Základ tvoří jistá rozšiřovací věta. Na závěr této kapitoly se též zmiňujeme o souvislosti obecné teorie s případem harmonických funkcí. V dodatku je podán důkaz věty o existenci Šilovovy hranice, a to různými způsoby.

Tato práce je zároveň podána jako diplomová práce. Rád bych poděkoval prof. J. Lukešovi za jeho vedení a četné konzultace.

Spaces of Functions with Bounded and Vanishing Mean Oscillation

David Opěla

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

We study the generalized Campanato spaces. Those spaces were studied by many authors, but our approach is a bit different from the main stream of the research. We treat questions that have not been studied yet thoroughly. First of our main concerns is to explore what is the relation of the spaces to Hölder spaces and what is the role of the geometry of the underlying domain. Our second aim is to study topological properties of the generalized Campanato spaces. Last but not least, we study properties of a *vanishing subspace* — an analogue of VMO.

Concerning the first goal, our main results are characterization of the domains where Campanato spaces coincide with the corresponding Hölder spaces, results on the Lipschitz case and some embedding theorem into “worse” Hölder space in the case, when the classical embedding does not apply (i.e. the domain Ω is “bad”).

As for our second concern, we characterize compact subsets of the vanishing subspace and apply the result to the compactness of the Sobolev embeddings into BMO. We have also proved that the generalized Campanato space is not separable, while its vanishing subspace is separable.

Finally, for the vanishing subspace we have (except for the above mentioned things) showed that it is equal (for nice domains) to the closure of infinitely many differentiable functions — a generalization of a result of D. Sarason on VMO.

The work presented in the SVOČ contest is a main part of the author’s diploma thesis. It has no connection with the work presented last year. The author denoted known results by a label “Statement” (except for the first chapter, where all results are known), so that they can be easily recognized.

Oscilatorická kritéria pro 2-dimenzionální lineární systémy diferenciálních a diferenčních rovnic prvního řádu

Zdeněk Opluštěl, Ladislav Polák

Přírodovědecká fakulta MU v Brně

Tato práce se zabývá otázkou nalezení podmínek zaručujících oscilatoričnost 2-dimenzionálních systémů lineárních diferenciálních rovnic

$$u' = q(t)v$$

$$v' = -p(t)u$$

a jejich diferenční analogie

$$\Delta u_k = q_k v_k$$

$$\Delta v_k = -p_k u_{k+1}.$$

V práci jsou nalezena nová postačující kritéria zobecňující a doplňující dříve známá kritéria oscilatoričnosti analogického charakteru.

Dále uvedené výsledky jsou součástí diplomových prací obou autorů a na soutěž SVOČ ani do jiných soutěží obdobného charakteru nebyly dříve podány.

Counterexamples to Sharkovsky's conjectures concerning maps with zero topological entropy

Petra Šindelářová

Matematický ústav SU v Opavě

In many papers and books one can find that the next conditions for a continuous map f of the interval are equivalent: (P_1) f has zero topological entropy; (P_2) the set of periodic points of f is a G_δ set; (P_3) the set of recurrent points of f is an F_σ set. This result was first time published by A. N. Sharkovsky and his group. Unfortunately, it is not true. Note, that several authors supplied counterexamples to other conjectures of Sharkovsky, e.g., [Chu and Xiong, *Proc. Amer. Math. Soc.* 97 (1986)] or [Alesà, Chas and Smítal, *Internat. J. Bifur. Chaos* 9 (1999)].

The present paper, consisting of two selfcontained parts [1] and [2], brings examples disproving the above quoted result. In particular, [1] exhibits a map satisfying (P_1) , but not (P_2) . This map, however, has the property (P_3) ; this property is not mentioned in [1] explicitly, but is obvious (cf., e.g., [Bruckner and Smítal, *Ergod. Th. & Dynam. Syst.* 13 (1993)]).

Therefore, in [2], we further show that there is a continuous map f satisfying (P_1) , but neither (P_2) nor (P_3) . We also show that (P_3) implies (P_1) and (P_2) implies (P_1) . Summarizing, we get the following ordering: (P_2) is stronger than (P_3) , and (P_3) is stronger than (P_1) .

Papers [1], [2], and [3] form the master's degree thesis. Last year, the paper [3] has been presented at SVOČ 2000, and won the 2nd prize. However, it is independent of [1] and [2] except for the fact that all three papers disprove Sharkovsky's conjectures. Also the method used in [3] is different from that ones used in the other two papers.

The author presented the part [1] during his visit at the University of Wuerzburg in the seminar by Professor U. Helmke, and at the 29th Frolík Winter School in Abstract Analysis 2001. Both, [1] and [2], will be presented by the author at the 25th Summer Symposium in Real Analysis in Ogden (USA) in May 2001. The author is an undergraduate student of mathematical analysis in the last, 5th year, at the Mathematical Institute of the Silesian University in Opava.

References

- [1] P. Šindelářová, *A zero topological entropy map for which periodic points are not a G_δ set*, *Ergod. Th. & Dynam. Sys.*, to appear.
- [2] P. Šindelářová, *A counterexample to a statement concerning recurrent points*.
- [3] P. Šindelářová, *A counterexample to a statement concerning Lyapunov stability*, *Acta Math. Univ. Comen.*, to appear.

O jedné tříbodové okrajové úloze pro diferenciální rovnici druhého řádu s deformovaným argumentem

Petr Vodstrčil

Přírodovědecká fakulta MU v Brně

Tato práce se zabývá otázkou existence a jednoznačnosti řešení funkcionální diferenciální rovnice

$$u''(t) = p(t)u(\tau(t)) + q(t)$$

splňující okrajové podmínky

$$u(a) = c_1, \quad u(b) = u(t_0) + c_2,$$

kde p a q jsou integrovatelné funkce, $\tau : [a, b] \rightarrow [a, b]$ je měřitelná, $t_0 \in]a, b[$ a c_1, c_2 jsou reálná čísla.

V práci jsou nalezeny nové postačující podmínky jak integrálního charakteru, tak i srovnávacího typu, zaručující jednoznačnou řešitelnost uvedené úlohy. Ty zobecňují výsledky analogického charakteru pro obyčejné diferenciální rovnice.

Dále uvedené výsledky jsou součástí diplomové práce autora a na soutěž SVOČ ani do jiných soutěží obdobného charakteru nebyly dříve podány.

Sekce S2 – Teorie pravděpodobnosti, statistika a ekonometrie

David Hampel – Programová implementace AR modelu pro mnohoznačné časové řady	20
Jan Kalina – Některé skórové testy pro hodnocení kontingenčních tabulek	21
Zbyněk Pawlas – Centrální limitní věty ve stochastické geometrii	22

Programová implementace AR modelu pro mnohoznačné časové řady

David Hampel

Přírodovědecká fakulta MU v Brně

Soutěžní práce „Programová implementace AR modelu pro mnohorozměrné časové řady“ pojednává o analýze mnohorozměrných časových řad, zejména AR procesů, se zaměřením na programovou implementaci uvedené problematiky. Většina teorie mnohorozměrných časových řad je rozšířením jednorozměrných analogií, ale existují tu i další problémy.

V první kapitole je podán všeobecný teoretický základ. Definuje se zde střední hodnota a kovarianční funkce, hledají se jejich odhady. Jsou popsány mnohorozměrné (vektorové) modely. Blíže je charakterizován vektorový ARMA model. V programové části jsou implementovány výpočty základních charakteristik mnohorozměrných časových řad.

Ve druhé kapitole jsou uvedeny nástroje pro analýzu mnohorozměrných AR modelů. Pro identifikaci procesu je to zejména parciální autoregresní maticová funkce a parciální korelační maticová funkce. Jsou položeny základy mnohorozměrné nejlepší lineární predikce. K odhadu matic koeficientů je popsán mnohorozměrný Durbin-Levinsonův algoritmus. Pomocí analýzy reziduí a mnohorozměrné portmanteau statistiky se model ověří. Všechny postupy jsou doplněny příklady na vzorové simulaci. Programová implementace zahrnuje všechny nástroje pro určení typu a řádu modelu a jeho ověření.

Třetí kapitola je věnována analýze reálných ekonomických dat a jsou v ní použity všechny dříve popsané nástroje.

V příloze je uveden stručný popis programových implementací.

Vlastní přínos autora spočívá především v implementaci všech uvedených postupů do systému MATLAB. Pomocí těchto implementací jsou provedeny nejprve ukázky na simulaci a poté i vlastní analýza reálných dat. V rámci této práce nebyl použit žádný výpočetní software specializovaný na analýzu mnohorozměrných časových řad.

Tato práce dále rozpracovává vybrané části diplomové práce autora. Autor dosud nepodal žádnou práci do soutěže SVOČ ani do jiných soutěží.

Některé skórové testy pro hodnocení kontingenčních tabulek

Jan Kalina

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Skórový test s rušivým parametrem je jedním z asymptotických testů založených na věrohodnostní funkci. Práce se zabývá jeho použitím pro různé modely v kontingenčních tabulkách.

Kapitola Skórový test s rušivým parametrem shrnuje teoretické zázemí, z nějž pak vycházejí všechny další kapitoly.

Druhá kapitola pojednává o Cochranově-Armitageově testu, který je znám jako klasická metoda pro test lineárního trendu. Testová statistika je odvozena původní metodou v modelu vážené regrese. Zároveň se také rovná statistice skórového testu v modelu logistické regrese.

V kapitole Zobecnění znaménkového testu se uvažuje situace, kdy se binární odezva měří u dvou nezávislých náhodných výběrů tak, že každý objekt je postupně vystaven dvěma ošetřením. Jsou odvozeny skórové testy na efekt ošetření a na efekt pořadí.

Konečně čtvrtá kapitola shrnuje různé přístupy k testování trendu pro ordinální data. Test relaxovaného trendu využívá statistiku skórového testu homogenity. Ta je odvozena ve dvou ekvivalentních tvarech.

Práce do značné míry vychází z časopiseckých pramenů, které byly publikovány v posledních letech. Samostatně byly odvozeny alternativní vzorce ve třetí a čtvrté kapitole. Zároveň byly provedeny simulační studie, které vypovídají o vlastnostech popisovaných testů hypotéz. Celá práce dokladuje, že skórový test je jednoduchá a přitom velmi obecná metoda, kterou lze použít v řadě různých situací.

Text je součástí autorovy diplomové práce, která se týká některých (nejen skórových) testů pro hodnocení kontingenčních tabulek. Nemá žádný vztah k práci podané do soutěže SVOČ 2000.

Centrální limitní věty ve stochastické geometrii

Zbyněk Pawlas

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Hlavním předmětem této práce jsou centrální limitní věty pro náhodné míry spojené s různými bodovými procesy. Zajímá nás konvergence, když se zvětšuje okno pozorování. Zaměřujeme se na stacionární Poissonovy procesy. Základním teoretickým nástrojem je centrální limitní věta pro stacionární náhodné pole splňující podmínky na α -mixing, speciálně pak pro m -závislé náhodné pole.

Práce je inspirována článkem L. Heinricha a I. Molchanova (1999). Zatímco tyto autoři pracují s tzv. germ-grain modely a měří jejich nepřekrývající se části, náš přínos spočívá v obecnějším přístupu přes bodové procesy neprázdných kompaktních množin (viz J. Rataj, 2000) a jejich celkovou míru.

První část práce obsahuje tvrzení známá z literatury. Ukáže se v ní, jak se věta pro náhodné pole dá použít k důkazu centrálních limitních vět pro stacionární bodové procesy v \mathbb{R}^d (konkrétně pro Poissonův a Neymann-Scottův proces). V druhé části je odvozena původní centrální limitní věta (věta 10) pro náhodnou míru generovanou stacionárním Poissonovým procesem na prostoru \mathcal{K}' všech neprázdných kompaktních podmnožin \mathbb{R}^d . Její důkaz je založen na aproximaci m -závislými náhodnými poli. Centrální limitní věta se v závěru aplikuje na konkrétní případ stacionárního Poissonova procesu segmentů.

Všechny výsledky této práce jsou obsaženy v mé diplomové práci Principy invariance ve stochastické geometrii.

Literatura

- [1] L. Heinrich, I. S. Molchanov (1999): Central limit theorem for a class of random measures associated with germ-grain models, *Adv. in Appl. Prob.* **31**, 283–314.
- [2] J. Rataj (2000): *Bodové procesy*, Karolinum, UK Praha.

Sekce S3 – Matematické struktury

David Černý – Transparentní intenzionální logika a geometrie	24
Zdeněk Dvořák – Vlastnosti polynomu propletení	25
Taťána Funioková – Využití teorie možnosti v jazykově orientovaných systémech .	26
Alžběta Haková – Vztah mezi variačností a uzavřeností pro $(n+1)$ -formy 1. řádu	27
Přemysl Jedlička – Svazy dělitelnosti pletenců a semidirektní součiny	28
Jan Kára & Daniel Král' – Minimum Degree and the Number of Chords	29
Lubica Líšková – Exponents of Cayley Maps	30
Robert Šámal – Nenulové toky	31
David Stanovský – Homomorfní obrazy subdirektně ireducibilních algeber	32
Filip Švrček – Uzávěrové a vnitřkové operátory GMV-algeber	33

Transparentní intenzionální logika a geometrie

David Černý

Pedagogická fakulta UJEP v Ústí nad Labem

Svou práci *Transparentní Intenzionální logika a geometrie* jsem napsal pouze pro účely soutěže SVOČ a nemá tedy vztah k mé zamýšlené diplomové práci. Pouze kapitolu s názvem Korespondenční teorie pravdy jsem již publikoval v trošku jiné podobě v *Distanci*, revue pro kritické myšlení.

Práce vychází z názoru nedávno tragicky zemřelého (a podle recenzí nejvýznamnějšího) českého logika Pavla Tichého, podle kterého je matematika vědou zabývající se konstrukcemi, které jsou významy matematických symbolů. Protože logika bývá významně spojena s filosofií, sémantikou, metalogikou a analytickou filosofií, zabývám se předpoklady a cestami, po kterých Tichý ke svému systému TIL došel – a to na poli sémantiky, filosofie i logiky. Na závěr ukazují, jak se dá čistě prostředky TIL konstruovat jedno- a dvourozměrná geometrie.

Význam své práce spatřuji v tom, že se pokouším pohlížet na matematiku jako na odvozenou vědu, stojící na mnohých filosofických předpokladech. Konkrétně vycházím z pozice tomistické filosofie, která je v současné době v českých zemích díky hrůzovládě komunistického režimu prakticky (až na malé výjimky) mrtvá. Proto jsou mé úvahy o povaze vědy, kvantity, matematiky a pravdy „nové“; nové v tom smyslu, že v češtině obdobná publikace neexistuje (např. má práce o korespondenční teorii pravdy, která porovnává tomistické a analyticko-filosofické pozice, nemá zatím v češtině odpovídající protějšek).

Vlastnosti polynomu propletení

Zdeněk Dvořák

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Nový polynom nazývaný polynom propletení je definován v [ABS] pro speciální třídu grafů na základě úvah o počtech uzavřených Eulerovských tahů v 2-in, 2-out grafech. Tato definice je poté rozšířena na libovolné neorientované grafy. V tomto článku ukážeme několik vlastností polynomu propletení a jeho vztah k obecnější třídě polynomů. Dále vyřešíme dva otevřené problémy zadané v [ABS]: ukážeme, že nenulové koeficienty polynomu propletení tvoří souvislý blok a ukážeme význam polynomu propletení pro obecné grafy.

Literatura

[ABS] Richard Arratia, Béla Bollobás, Gregory B. Sorkin, *The Interlace Polynomial: A New Graph Polynomial*, SODA 2000: 237–245.

Využití teorie možnosti v jazykově orientovaných systémech

Tatána Funioková

Přírodovědecká fakulta UP v Olomouci

V první části této práce je prezentována axiomaticky zavedená teorie možnosti. Obdobně, jako můžeme zavést teorii pravděpodobnosti pomocí teorie míry a integrálu, který je závislý na volbě konkrétní t-normy. Ukazuje se, že až na výjimky, jde o zobecnění všech dosavadních formulací této teorie.

Pomocí aparátu teorie možnosti, konkrétně pojmu možnostní proměnná resp. možnostní vektor, jsme schopni reprezentovat významy slov přirozeného jazyka, což nám umožňuje práci s tzv. jazykově orientovanými systémy, jimiž rozumíme systémy, ve kterých proměnné nabývají jazykových hodnot a chování tohoto systému je rovněž popsáno jazykově.

V této práci je rovněž prezentován postup „dosazování“ hodnot proměnných (a to jak jazykových, tak ostrých) do jazykově zadané funkce chování, využívající právě teorie možnosti, konkrétně pojmu podmíněná možnostní míra. Na základě tohoto postupu jsme schopni z prosté funkce chování systému získat tzv. generativní funkci chování tohoto systému.

Zvolíme-li za zmiňovanou t-normu operátor minima, dostáváme výsledky odpovídající tzv. Mamdiho přístupu k přibližnému usuzování, kterému je přes prokazatelnou úspěšnost v různých aplikacích, zejména v tzv. fuzzy regulátorech, vytýkána absence axiomaticky zavedeného aparátu, podporujícího tento postup.

Vztah mezi variačností a uzavřeností pro $(n+1)$ -formy 1. řádu

Alžběta Haková

Matematický ústav SU v Opavě

Tato práce reaguje na článek J. Grifone, J. Muñoz Masqué a L.M. Pozo Coronado „Variational First-Order Quasilinear Equations“ (v tisku v Proc. Colloq. Diff. Geom., Debrecen 2000), který uvádí vztah mezi variačností kvazilineárních parciálních diferenciálních rovnic 1. řádu a uzavřeností jisté diferenciální formy. V citovaném článku se důkaz hlavního tvrzení opírá o hluboké a náročné výsledky z teorie diferenciálních systémů (teorii formální integrability), je velmi dlouhý (téměř 6 stran) a málo přehledný. Navíc dokazuje tvrzení pouze pro analytický případ rovnic. Důkaz případu C^∞ autoři pouze komentují: v rámci jimi zvoleného aparátu je třeba aplikovat ještě komplikovanější teorii, která jako celek není zatím v základních monografiích dostupná.

Tvrzení, které tito autoři dokazují, ovšem svou podstatou spadá do oblasti geometrie Lagrangeových struktur a z hlediska této teorie (přímo pro případ C^∞) je jednoduchým důsledkem vlastností základního objektu této teorie, tzv. *Lepageovy formy*, zavedené D. Krupkou v r. 1973. V této práci uvádíme ještě další jednoduchý důkaz zmíněného tvrzení. Formulujeme a dokazujeme větu (uvedenou v práci jako Teorém 2), která navazuje na dvě základní tvrzení dokázaná pro obecný případ parciálních diferenciálních rovnic libovolného řádu kolem r. 1980 (Teorém Krupkův a Teorém Andersonův–Duchampův–Krupkův), a první z obou uvedených tvrzení dále doplňuje. Tvrzení Grifona, Muñoz a Coronada je pak přímým důsledkem naší věty. Důkaz Teorému 2 je přímý, elementární a samozřejmě nevyžaduje dodatečný předpoklad analytičnosti. Navíc je univerzální v tom smyslu, že jej lze použít pro důkaz analogických tvrzení i pro systémy PDR jiného typu (ne nutně kvazilineární, druhého řádu, apod.).

Práce je mou první prací v rámci soutěže SVOČ (resp. jiné podobné soutěže) a není prací diplomovou.

Svazy dělitelnosti pletenců a semidirektní součiny

Přemysl Jedlička

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Práce, nazvaná *Svazy dělitelnosti pletenců a semidirektní součiny*, je z větší části sestavená pouze z mých vlastních výsledků. Tyto výsledky jsem vypracoval pod odborným dohledem doc. RNDr. Aleše Drápala, CSc. při bádání na své diplomové práci. Vzhledem k tomu, že je téma pletenců moderní a podnětné, rozhodl jsem se pojmout část své diplomové práce jako vědeckou práci do soutěže SVOČ.

Mými vlastními výsledky jsou obecný popis semidirektního součinu ve svazech, který je popsán v kapitole 2.2, a popis svazů dělitelnosti levých dělitelů Garsidova prvku monoidu kladných pletenců, tzn. kapitoly 3.2, 3.3 a 3.4.

Semidirektní součin svazů z vnitřního hlediska chápeme jako stav, kdy existuje ve svazu kongruence taková, že jsou všechny třídy ekvivalence izomorfní. Pro tuto situaci jsem našel „externí popis“, tzn. metodu, jak ze dvou menších svazů zkonstruovat jeden větší svaz, který by odpovídal popsané situaci, tj. existovala by v něm kongruence taková, že jeden z menších svazů by byl faktorem podle této kongruence, a druhý menší svaz by byl izomorfní každé třídě ekvivalence.

S tímto aparátem jsem mohl začít zkoumat svazy dělitelnosti v monoidu kladných pletenců. Jak se ale ukázalo, jsou tyto svazy jednoduché, a proto jsem se obrátil k výzkumu jejich ideálů. Přičemž jsem zjistil, že hlavní ideál, určený Garsidovým prvkem pletencového monoidu, je semidirektním součinem, a to takovým, že existuje snadný, a i pro laika snadno pochopitelný algoritmus, jak tento svaz zkonstruovat.

Minimum Degree and the Number of Chords

Jan Kára & Daniel Král'

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Graf s minimálním stupněm alespoň tři má kružnici s alespoň jednou tětivou. Přirozené zobecnění této otázky je následující: Jaký minimální stupeň vynucuje v grafu na n vrcholech kružnici s alespoň c tětivami? Peter Hamburger položil následující otázku, která je zvláštním případem právě zmíněného obecného problému: Jaký minimální stupeň vynutí v grafu na n vrcholech kružnici s n tětivami?

Dokážeme, že graf s minimálním stupněm δ obsahuje kružnici s alespoň $\frac{(\delta+1)(\delta-2)}{2}$ tětivami; tato hodnota je již těsná, tj. nemůže být bez dodatečných předpokladů zlepšena. Tato hodnota zlepšuje předchozí hodnotu $\lceil \frac{\delta^2-2\delta}{2} \rceil$, kterou dokázali Ali a Staton v [1]. Toto tvrzení zároveň zlepšuje horní odhad na minimální stupeň grafu na n vrcholech z Hamburgerova problému na hodnotu $1/2 + \sqrt{2n + 9/4}$. My dále spočteme dolní a horní odhad na minimální stupeň grafu na n vrcholech z Hamburgerova problému. Tyto odhady se budou lišit nejvýše o 1 a přibližně pro polovinu n se budou dokonce rovnat, pro tato n vyřešíme Hamburgerův problém zcela.

Studujeme též již zmíněnou obecnou otázku: Jaký minimální stupeň vynucuje v grafu na n vrcholech kružnici s alespoň c tětivami? Zavedeme funkci $f(n, c)$, která je rovna minimálnímu stupni, jež vynucuje v grafu na n vrcholech kružnici s alespoň c tětivami. Dokážeme, že $f(n, c)$ lineárně roste s \sqrt{c} a její závislost na n není příliš podstatná. Popíšeme chování $f(n, c)$ pro n jdoucí do nekonečna pro různé volby c jako funkce n .

Literatura

- [1] A. A. Ali, W. Staton: The extremal question for cycles with chords, *Ars Combinatoria* Vol. 51, 1999, pp. 193–197.

Exponents of Cayley Maps

Eubica Líšková

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

Cayleyho mapa je Cayleyho graf vnorený do nejakej orientovateľnej plochy tak, že lokálne rotácie sú v každom vrchole rovnaké. Táto práca sa zaoberá regularitou a exponentmi Cayleyho máp. Sú uvažované balancované, antibalancované a ϵ -balancované mapy. Pre balancované a antibalancované regulárne mapy sú uvedené podmienky, podľa ktorých je prirodzené číslo e ich exponentom.

Jedna kapitola je venovaná ϵ -balancovaným mapám, ktoré zatiaľ nie sú veľmi známe. Najskôr sú v nej uvedené konštrukcie niektorých ϵ -balancovaných máp a podmienky pre regularitu. Ďalej, je ukázaná súvislosť medzi exponentom niektorých Cayleyho máp a existenciou špeciálneho grupového automorfizmu.

Nenulové toky

Robert Šámal

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Jednou z hlavních oblastí teorie grafů je zkoumání barevnosti, tj. počtu barev, které potřebujeme na obarvení vrcholů daného grafu, nechceme-li obarvit sousední vrcholy stejnou barvou. (Asi nejslavnější věta teorie grafů je tvrzení, že každý rovinný graf lze obarvit čtyřmi barvami.) V padesátých letech našel Tutte duální pojem — nenulový tok, tj. tok, který používá nenulové prvky nějaké grupy. (Duální verze problému čtyř barev říká, že každý rovinný graf má nenulový tok v \mathbb{Z}_4 .) V první kapitole této práce připomeneme čtenáři definici a základní vlastnosti nenulových toků. V dalších kapitolách se budeme věnovat jejich rozličným zobecněním.

Pro orientované grafy je přirozenou modifikací definice barevnosti tzv. barevnost orientovaná (požadujeme, aby pro libovolné dvě barvy, např. modrou a červenou, vedly všechny šipky z modrých vrcholů do červených nebo naopak). Alternativní definice barevnosti pro orientované grafy je tzv. silně orientovaná barevnost. Jak ukážeme, tyto dvě definice nejsou příliš vzdáleny (jedna je omezena „malou“ funkcí druhé a naopak). Výhodou silně orientované barevnosti je existence pěkného duálního pojmu, tzv. antisymetrických toků. Těmto tokům (a orientované barevnosti) je věnována kapitola druhá. V této kapitole shrneme pro pohodlí čtenáře některé dosud známé výsledky a vylepšíme dosavadní odhady pro silně orientovanou barevnost rovinných grafů.

Kapitola třetí se zabývá společným zobecněním nenulových toků a antisymetrických toků. Nově definovaný pojem — k -souvislé toky — umožňuje zkoumat toky v nových souvislostech, vede též k zajímavým otázkám týkajícím se (hranově) k -souvislých grafů (s nimiž k -souvislé toky úzce souvisí). Dokážeme některé základní vlastnosti těchto toků a použijeme je pro důkaz tvrzení o tzv. „cesty-zachovávajících obarveních“, čímž vylepšíme dosud známé výsledky o těchto obarveních.

Tato práce je částí diplomové práce, kterou autor sepisuje pod vedením prof. J. Nešetřila. Nebyla podána do minulých let SVOČ ani do jiných soutěží.

Homomorfní obrazy subdirektně ireducibilních algeber

David Stanovský

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Předložená práce řeší jeden starý problém univerzální algebry. Označme \mathcal{G} třídu všech homomorfních obrazů subdirektně ireducibilních grupoidů a \mathcal{H} třídu všech grupoidů izomorfních s faktorgrupoidem nějakého subdirektně ireducibilního grupoidu podle jeho nejmenší netriviální kongruence (tzv. monolitu). Zadáni zní, charakterizovat prvky těchto tříd nějakým lepším způsobem, nějakou snadno ověřitelnou podmínkou.

Je vidět, že \mathcal{H} je podtřída \mathcal{G} . Snadno bychom našli příklady grupoidů, které napatří do \mathcal{G} — např. aditivní pologrupa přirozených čísel. Není těžké dokázat, že nutnou podmínkou k tomu, aby grupoid G náležel do \mathcal{G} , je existence nejmenšího ideálu v G . Překvapivý výsledek, který je základem této práce, zní, že uvedená podmínka je i postačující. Dokonce, má-li G nejmenší ideál, pak lze nalézt subdirektně ireducibilní grupoid, jehož faktor podle monolitu je izomorfní s G . Tedy ukazuje se, že třídy \mathcal{G} a \mathcal{H} jsou stejné. Navíc dokážeme, že každý konečný grupoid G je prvkem těchto tříd a že dotýčný subdirektně ireducibilní grupoid můžeme zkonstruovat konečný. Tyto výsledky jsou obsahem kapitol 2 a 3.

V další části práce je problém zobecňován na univerzální algebry jiných signatur. Ukazuje se, že pokud daná signatura obsahuje aspoň jeden aspoň binární operační symbol, pak lze důkaz pro grupoidy převést na důkaz pro algebry této signatury. To je cílem čtvrté kapitoly.

Na druhou stranu, nic takového neplatí pro unární algebry. Kapitola 5 se vypořádá s monounárními algebry — zde lze charakterizovat všechny subdirektně ireducibilní algebry i jejich svazy kongruencí, a tudíž je problém vyřešen v plné kráse. Avšak pro víceunární algebry se situace stává značně složitou. Charakterizace homomorfních obrazů subdirektně ireducibilních unarů ani faktoralgeber subdirektně ireducibilních unarů podle jejich monolitu není známa. Rozhodně neplatí, že by tyto dvě třídy splývaly tak, jako v případě ostatních univerzálních algeber. Šestá kapitola obsahuje několik příkladů, pozorování a částečných výsledků dokladujících obtížnost problému.

Předkládaná práce obsahuje takřka výhradně původní, samostatně dosažené výsledky autora. Pouze část druhé kapitoly (nutná podmínka pro grupoidy) sloužila jako vstupní informace k práci. Některé částečné výsledky páté kapitoly jsou k nalezení v literatuře, avšak autorův přístup je originální.

Předkládaná práce nemá žádný vztah k autorově diplomové práci, soutěže SVOČ se autor nikdy neúčastnil. Část práce byla vypracována za podpory grantu FRVŠ 1920/2000 a přijata k publikaci v časopise *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae* (zasláno v listopadu 2000). Zde se předkládá upravená a výrazně rozšířená verze přijatého článku, který se zabývá pouze grupoidy.

Uzávěrové a vnitřkové operátory *GMV*-algeber

Filip Švrček

Přírodovědecká fakulta UP v Olomouci

Je známo, že *MV*-algebry zavedené C. C. Changem jsou algebraickým protějškem Łukasiewiczovy nekonečně-hodnotové výrokové logiky. V posledních dvou letech se začalo intenzivně studovat nekomunikativní zobecnění *MV*-algeber, tzv. *GMV*-algebry, které byly nezávisle na sobě zavedeny jak dvojicí G. Georgescu, A. Iorgulescu, tak J. Rachůnkem.

V práci jsou definovány uzávěrové *GMV*-algebry jako zobecnění topologických Booleových algeber. Jsou zde uvedeny vztahy mezi aditivními uzávěrovými a multiplikativními vnitřkovými operátory doplněné ilustrací *GMV*-algebry na intervalu maticové *I*-grupy. Dále jsou zde popsána jádra homomorfismů uzávěrových *GMV*-algeber ve tvaru normálních *c*-ideálů a je ukázáno, že každý aditivně idempotentní prvek umožňuje zavést uzávěrovou *GMV*-algebru příslušnou hlavnímu ideálu, která je homomorfním obrazem původní uzávěrové *GMV*-algebry.

Předložená práce byla vypracována samostatně pod vedením prof. J. Rachůnka.

Sekce S4 – Teoretická informatika

Jan Bouda – Entanglement swapping between multi-qudit systems	36
Jakub Černý, Jan Kára, Daniel Král', Pavel Podbrdský, Miroslava Sotáková, Robert Šámal – O počtu průsečíků dvou mnohoúhelníků	37
Petr Cintula – The $L\Pi$ and $L\Pi_{\frac{1}{2}}$ logics	38
Daniel Král' – Mixed Hypergraphs	39
Martin Králik – Deterministic generative systems	41
Martin Štangel – Finite Approximations and Similarity of Languages	42
Jan Strejček – Models of Infinite-State Systems with Constraints	43

Entanglement swapping between multi-qudit systems

Jan Bouda

Fakulta informatiky MU v Brně

Technika entanglement swappingu byla původně navržena Zukowskim pro dvojice qubitů a později zobecněna Bosem pro libovolný počet qubitů, avšak bez důkazu. Dále byly navrženy techniky umožňující entanglement swapping v kontinuálně dimensionálních systémech. V tomto článku zobecňujeme ideu entanglement swappingu pro systémy složené z libovolného počtu částic s libovolnou dimenzí. Veškerá tvrzení jsou dokázána přímým výpočtem, který umožňuje explicitní stanovení výsledného stavu. Tyto výsledky jsou prezentovány pomocí efektivního matematického aparátu, který je pro entanglement swapping zvláště vhodný. Tento článek byl přijat k publikaci v *Journal of Physics A* a byl také prezentován jako poster na konferenci QIP2001 v Amsterdamu. Vlastní práci Jana Boudy tvoří konec Sekce 2 a Sekce 3, 4, 5 včetně hlavních vět. Tento článek je zařazen do diplomové práce Jana Boudy jako samostatná kapitola.

O počtu průsečíků dvou mnohoúhelníků

Jakub Černý, Jan Kára, Daniel Král, Pavel Podbrdský, Miroslava Sotáková,
Robert Šámal

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Určování kombinatorické složitosti sjednocení dvou či více geometrických objektů určitého typu patří mezi základní geometrické extrémální úlohy nacházející uplatnění v robotice (ray-shooting) a při odhadování složitosti geometrických algoritmů. Zejména v případě dvou objektů je tato otázka totožná či úzce souvisí s otázkou maximálního počtu průsečíků hranic daných geometrických objektů.

V našem případě studujeme pro daná $k, l \geq 3$ maximální možný počet průsečíků k -úhelníku a l -úhelníku v rovině. Na oba mnohoúhelníky klademe podmínku, že hrany každého z nich se nesmí křížit.

Obtížnost určování maximálního počtu průsečíků závisí na paritě k a l . Pokud je k nebo l sudé, je určení maximálního počtu průsečíků lehčí. Pokud je k i l sudé, pak je maximální počet průsečíků roven kl ; pokud je jedno sudé (k) a druhé liché (l), je roven $k(l-1)$. Zajímavý je případ, kdy jsou obě k i l lichá. V tomto případě je maximální počet průsečíků alespoň $kl - k - l + 3$; takové dva mnohoúhelníky sestrojíme. Hypotéza je, že tento dolní odhad je těsný. My zlepšíme pro $k, l \geq 7$ snadný horní odhad počtu průsečíků těchto dvou mnohoúhelníků z $kl - l$ na $kl - \lceil \frac{k}{6} \rceil - l$. Případ, kde jeden z těchto mnohoúhelníků je pětiúhelník pak dořešíme zcela: Maximální možný počet průsečíků pětiúhelníku a k -úhelníku (k liché) je $4k - 2$.

Zajímavé je, že pokud povolíme, aby se hrany v obou mnohoúhelnících vzájemně křížily, potom je určení počtu průsečíků triviální. Pro k a l sudé je to kl a pokud je l liché, vyjde $k(l-1)$.

The $L\Pi$ and $L\Pi^{1/2}$ logics

Petr Cintula

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze

Tato práce se zabývá logikami $L\Pi$ a $L\Pi^{1/2}$. Jsou sledovány čtyři hlavní cíle. Prvním cílem je formulovat a dokázat nová tvrzení o těchto logikách. Jsou definovány nové axiomatické systémy pro obě logiky. Je dokázáno, že tyto logiky obsahují mnohé jiné jako své podlogiky, a to Gödelovu logiku, logiky založené na konečně konstruovatelných t-normách a Takeuti a Titani predikátovou logiku. Dále se ukazuje, že logika $L\Pi$ je vlastně schématické rozšíření tzv. produktové involutivní logiky. Druhým cílem je užitím nových definic a vět přeformulovat a přepsat původní výsledky z originálního článku o těchto logikách a z mého článku predikátových verzích těchto logik. Tímto se definice, věty, ale zejména mnohé důkazy stávají značně jednoduššími a srozumitelnějšími. Třetím cílem je rozepsat některé důkazy podrobněji a precizněji, než jak byly sepsány v předchozích pracích. A čtvrtým, finálním cílem je sepsat soběstačnou, uzavřenou práci, která by obsahovala všechna důležitá fakta o logikách $L\Pi$ a $L\Pi^{1/2}$ a ukazovala, že tyto logiky jsou zajímavé, silné a perspektivní logické systémy, které jsou hodny podrobného studia.

Tato práce je částí mé diplomové práce se shodným jménem. Neobsahuje čtvrtou kapitolu, kde jsou ukázány některé aplikace a dokázány některé dílčí tvrzení např. o složitosti a kompaktnosti těchto logik. Část třetí kapitoly této práce je založena na mé loňské soutěžní práci. Je ovšem přepracována s ohledem na druhý, třetí a čtvrtý cíl této práce.

Mixed Hypergraphs

Daniel Král'

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

Mixovaný hypergraf H je trojice $(V, \mathcal{C}, \mathcal{D})$; V je množina vrcholů H a \mathcal{C} a \mathcal{D} jsou množiny podmnožin V — \mathcal{C} –hrany a \mathcal{D} –hrany. Vrcholové obarvení H je dobré, jestliže každá \mathcal{C} –hrana obsahuje dva vrcholy stejné barvy a každá \mathcal{D} –hrana obsahuje dva vrcholy různé barvy. Spektrum H je vektor (r_1, \dots, r_l) , kde r_k je počet různých dobrých obarvení H , které používají právě k barev; přípustná množina H je množina všech těch k , pro která $r_k \neq 0$; přípustná množina neobsahuje díry, pokud je interval.

Pro libovolný vektor (r_1, \dots, r_k) s $r_1 = 0$ zkonstruujeme mixovaný hypergraf (s lineárním počtem vrcholů v $\sum_i r_i$), jehož spektrum je rovno tomuto vektoru; toto zobecňuje větu o existenci mixovaných hypergrafů pro libovolnou přípustnou množinu, kterou vyřešili Jiang et al. v [1] otevřený problém, zda může přípustná množina obsahovat díru; jejich konstrukce byla exponenciální v k . Co se týče výpočetní složitosti dokážeme, že pro libovolné dvě konečné množiny kladných celých čísel $A_1 \subset A_2$ ($1 \notin A_2$), je NP–těžké rozhodnout, zda přípustná množina zadaného mixovaného hypergrafu je A_2 , i když je zaručeno, že je bu A_1 nebo A_2 . Dokážeme, že je NP–úplné rozhodnout, zda je daný mixovaný hypergraf obarvitelný, a je zároveň NP–těžké a coNP–těžké rozhodnout, zda přípustná množina daného mixovaného hypergrafu obsahuje díru, což zesiluje výsledek z [2].

Hypergraf je rovinný, pokud jeho incidenční graf je rovinný. Dokážeme, že přípustná množina rovinného mixovaného hypergrafu bez hran velikosti dva s alespo jednou hranou velikosti alespo čtyři je bez děr. Sestrojíme příklad rovinného mixovaného hypergrafu, jehož přípustná množina obsahuje díru. Dále dokážeme silné omezení pro výskyt děr v přípustných množinách rovinných mixovaných hypergrafů. Dokážeme, že libovolný mixovaný hypergraf obsahující nejvýše dvě \mathcal{D} –hrany velikosti dvě je dvoubarevný a dokážeme ekvivalenci věty o čtyřech barvách pro rovinné mixované hypergrafy a rovinné grafy. Tímto odpovídáme na dvě z několika otázek, které v [4] položili Küngden et al. o barevnosti rovinných mixovaných hypergrafů.

Hypergraf je hyperstrom, pokud existuje strom na stejné množině vrcholů takový, že hrany hypergrafu indukují souvislé podgrafy tohoto stromu. Dokážeme, že je NP–úplné rozhodovat existenci dobrého obarvení používajícího právě k barev i pro hyperstromy s $\mathcal{C} = \mathcal{D}$, pokud je k částí vstupu. Nalezneme polynomiální algoritmus pro barvení mixovaných hyperstromů, pokud je počet barev a stupeň stromu, na kterém se hyperstrom nachází, omezen; tím řešíme problém uvedený v [3].

Část této práce může být použita jako část diplomové práce autora.

Literatura

- [1] T. Jiang, D. Mubayi, Zs. Tuza, V. Voloshin and D. B. West: Chromatic spectrum is broken, 6th Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization, 26–28, May, 1999, 231–234.

- [2] D. Král', J. Kratochvíl, H.-J. Voss: Complexity note on mixed hypergraphs, submitted.
- [3] D. Král', J. Kratochvíl, A. Proskurowski, H.-J. Voss: Coloring mixed hypertrees, Proceedings 26th Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science, LNCS vol. 1928, 2000, p. 279–289.
- [4] A. Kündgen, E. Mendelsohn, V. Voloshin: Colouring planar mixed hypergraphs, Electronic J. Combin. 7, 2000, #R60.

Deterministic generative systems

Martin Králik

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

Práca je zameraná na skúmanie vplyvu determinizmu na generatívnu silu g -systémov. Generatívne systémy (g -systémy) boli navrhnuté ako model abstraktnej gramatiky a boli, okrem iného, použité na modelovanie už existujúcich sekvenčných a paralelných gramatík. g -systémy pracujú nad jednoduchou vetnou formou a ako mechanizmus na jej prepisovanie využívajú zobrazenie 1- a -prekladačom (zariadenie s konečnostavovou riadiacou jednotkou, ktoré transformuje daný vstup na výstup). Čo sa týka generatívnej sily, g -systémy sú schopné vyrobiť všetky jazyky z \mathcal{L}_{RE} . Model bol definovaný ako nedeterministický, väčšina dôležitých simulácií a konštrukcií nedeterminizmus vo veľkej miere využíva. Preto sme sa rozhodli skúmať deterministický variant. V práci je formálne definovaný deterministický model, ukážeme niektoré jeho vlastnosti. Zameriavame sa na porovnanie sily deterministických g -systémov, ktoré v odvodení používajú neterminálne symboly, s deterministickými g -systémami, ktoré túto možnosť nemajú. Ukazujeme, že ak zariadenie používa neterminály, jeho generatívna sila sa zväčší. Ďalším dôležitým výsledkom je, že deterministické g -systémy sú slabšie, čo sa týka generatívnej sily, ako nedeterministické. Na záver oboznamujeme čitateľa so smerovaním ďalšej práce na problematike, uvádzame aj náznaky riešenia niektorých problémov.

Finite Approximations and Similarity of Languages

Martin Štangel

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

In this work we study the relation between a language L and a word x . Since we may consider every word to be some misspelled word of a language L we look for algorithms which are able to find a "correct" version of x (i.e. a word from L that is most similar to x).

We shall define several new similarity measures (the Δ -similarity, the prefix $\overleftarrow{\Delta}$ -similarity and the suffix $\overrightarrow{\Delta}$ -similarity). We shall also consider a well known one – the edit-distance. We discover some of their properties and relations.

Furthermore, we shall define a vicinity of a word x and a language L – the maximal similarity of x and words from L . We shall present a new algorithm that computes a lower bound for the Δ -vicinity and we shall determine its time complexity. Moreover, we shall present algorithm for computing the precise value of $\overleftarrow{\Delta}$ -vicinity and an analogous algorithm for $\overrightarrow{\Delta}$ vicinity. We shall do the same for edit-distance and we show that our algorithm for context-free languages has time complexity $O(n^3)$.

We shall also define a class of energy-grammars – a class very similar to context-free grammars. We shall prove that the membership problem for languages defined by energy grammars is NP-complete. Later we shall study pairs of almost identical energy grammars and we shall try to identify the rules in which they differ.

Models of Infinite-State Systems with Constraints

Jan Strejček

Fakulta Informatiky MU v Brně

Velmi frekventovaným pojmem teoretické informatiky je přechodový systém (transition system). Jednoduchý formalismus přechodových systémů je vhodný např. k modelování složitějších systémů či procesů, potenciálně interaktivních či paralelních, pro účely ověření specifických vlastností těchto systémů.

Jednou z možností, jak pomocí konečného zápisu jednoznačně reprezentovat i nekonečně stavové přechodové systémy, je využití prepisovacích systémů. Mayr definoval formalismus procesových prepisovacích systémů (process rewrite systems) a ukázal, že kladením omezení na tvar prepisovacích pravidel získáváme tradiční a dobře prozkoumané třídy přechodových systémů, například třídy BPA, BPP, zásobníkové procesy, Petriho sítě, PA-procesy atd. Tento jednotící pohled umožnil seřadit zmíněné třídy do PRS-hierarchie dle jejich vyjadřovacích schopností.

Předkládaná práce se zabývá rozšířením mechanismu procesových prepisovacích systémů o možnost práce s částečnou informací. Manipulace s částečnou informací je zde analogická k přístupu používanému v Concurrent Constrained Programming. Ukazuje se, že systémy z tříd konečně stavových systémů, zásobníkových procesů a Petriho sítí rozšířené uvedeným způsobem patří opět do odpovídajících tříd. Jinými slovy, uvedené rozšíření tyto třídy nezmění.

Naproti tomu, některé prepisovací systémy z třídy BPA (resp. BPP, PA, PAN a PAD) rozšířené uvažovaným způsobem nejsou bisimulačně ekvivalentní žádnému BPA (resp. BPP, PA, PAN a PAD) systému. Jsou tedy zavedeny nové třídy nazvané fcBPA, fcBPP, fcPA, fcPAN a fcPAD, odpovídající rozšířeným standardním třídám. Z těchto nových tříd i ze standardních tříd je sestavena fcPRS-hierarchie a je ukázáno, že tato hierarchie je striktní. Dále je prezentováno Pumping Lemma pro třídu fcBPP. S využitím tohoto tvrzení je pak dokázáno, že třída fcBPP se od třídy BPP a Petriho sítí liší dokonce na úrovni jazykové ekvivalence.

Předkládaná práce je obsahově shodná se stejnojmennou diplomovou prací autora.

Sekce S5 – Aplikovaná matematika

Lubomír Bañas – Riešenie transportnej rovnice metódou charakteristík	46
Ivan Cimrák – Broydenova metóda použitá pri riešení nelineárnych sústav	47
Michal Krchňák – Evoluční strategie v globální optimalizaci	48
Petr Kunderát – Konstrukce optimálního řízení rakety s maximálním doletem	49
Jan Zich – Voronoiovo dlážďění kvazikrystalů	50
Martin Zoubek – Adaptivní metody pro řešení třírozměrného proudění	51

Riešenie transportnej rovnice metódou charakteristík

Eubomír Bañas

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

V tejto práci sa zaoberáme riešením transportnej rovnice metódou charakteristík. Ukážeme konvergenciu metódy charakteristík pre prípad, že rýchlostné pole je spojité (teda vo všeobecnosti nemusí byť ohraničené) a nelineárne závisí od hľadaného riešenia. Zatiaľ niesú známe výsledky o konvergencii pre takéto typy úloh. Ďalej v práci prezentujeme numerické experimenty spočítané ELLAM metódou, ktorá zachováva masu v riešení. Dosiahnuté numerické výsledky potvrdzujú teoretické predpoklady.

Broydenova metóda použitá pri riešení nelineárnych sústav

Ivan Cimrák

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislavě, Slovensko

Pri riešení nelineárnych parabolických parciálnych diferenciálnych rovníc sa pri *Rotheho metóde* problém diskretizuje v čase a riešia sa čiastkové eliptické problémy. Pri diskretizovaní týchto eliptických problémov v čase sa na každom časovom reze rieši numericky nelineárna sústava rovníc. Na vyriešenie tejto sústavy sa dá úspešne použiť Broydenova metóda založená na iteračných Newtonovských metódach. V tejto práci je dokázaná konvergencia metódy na jednom časovom reze ako aj konvergencia Rotheho schodovitých funkcií ku riešeniu.

Evoluční strategie v globální optimalizaci

Michal Krchňák

Přírodovědecká fakulta OU v Ostravě

Cílem této práce bylo popsat téma globální optimalizace funkcí pomocí evolučních strategií. V teoretické části je zpracována definice problému globální optimalizace funkcí, následně je zpracován podrobný popis evolučních strategií. Popisy evolučních strategií jsou zpracovány s důrazem na jejich praktické použití, přičemž teoretické pozadí problematiky je popsáno spíše stručněji. Cílem bylo nabídnout přehledný a stručný návod pro snadnou implementaci těchto algoritmů. Jako součást práce byly zpracovány knihovny pro práci s evolučními strategiemi. Za pomoci knihoven byly otestovány schopnosti evolučních strategií při minimalizaci 4 dobře známých testovacích funkcí. Nejzajímavějším výsledkem je konfrontace Schwefelova teoretického pravidla o podílu počtu potomků v populaci s výsledky na dvou testovacích funkcích, které toto pravidlo nepotvrdily. V tomto případě by další zkoumání bylo velmi zajímavé, i výsledky dalších testování jsou však námětem k podrobnějšímu zkoumání.

Přínosem práce a osobním vkladem autora je vytvoření výše zmíněných knihoven vytvořených v jazyce C++, a praktické výsledky vzešlé z testování evolučních strategií na skupině testovacích funkcí.

Tato práce je součástí diplomové práce autora a s její částí se zúčastnil v loňském roce soutěže SVOČ na Přírodovědecké fakultě Ostravské univerzity.

Konstrukce optimálního řízení rakety s maximálním doletem

Petr Kundrát

Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně

V předložené práci je řešen jistý variační problém raketové dynamiky. Jedná se o modifikaci známé úlohy o maximálním doletu rakety, jejíž řešení již bylo v odborné literatuře provedeno. Zmíněná modifikace spočívá v dodatečné podmínce tzv. hladkého přistání rakety, které je charakterizováno nulovou rychlostí rakety ve směru vertikální osy v okamžiku přistání. Je ukázáno, že tento předpoklad charakter řešení původní úlohy do značné míry změní. Kromě zvýšení počtu optimálních letových režimů (což bylo přirozené očekávat), dojde i k typové změně letových úhlů. Samotná konstrukce optimálního řízení letu rakety je aplikací Pontrjaginova principu maxima a je vlastním autorovým výsledkem.

Pro úplné vyřešení studovaného problému je třeba také určit délku trvání jednotlivých optimálních letových režimů. K tomuto účelu je sestavena poměrně složitá úloha nelineárního programování. Její vyřešení je v práci provedeno pomocí systému GAMS (General Algebraic Modeling System). Rovněž tato část předložené práce včetně doplňujících poznámek je autorovým výsledkem.

Vztah této práce k připravované diplomové práci autora je pouze okrajový. V diplomové práci se autor zabývá problémem syntézy optimálních regulací pro lineární oscilátory. Celý předložený text byl sepsán jako původní práce SVOČ 2001.

Voronoiovo dláždění kvazikrystalů

Jan Zich

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze

Práce se zabývá studiem matematických modelů nekystalografických látek zvaných kvazikrystaly. Kvazikrystaly jeví uspořádání na dálku, ale mají rotační symetrie neslučitelné s periodickou strukturou. Nejčastěji jsou studovány kvazikrystaly s pětičetnou rotační symetrií, které pro svou definici používají zlatý řez $\tau = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$. Matematický model kvazikrystalu používaný v této práci vzniká pomocí tzv. metody výseku a projekce a lze snadno popsat pomocí algebraického formalismu. Tento formalismus umožňuje dokázat některé důležité vlastnosti kvazikrystalů.

Kvazikrystal je množina Σ bodů rovnoměrně rozložených v \mathbb{R}^n . Přesněji řečeno, tato množina má Deloneovskou vlastnost, tj. existuje kladná dolní mez na vzdálenosti mezi jejími body, a existuje tzv. pokrývací poloměr takový, že každá koule v \mathbb{R}^n tohoto poloměru obsahuje nějaký bod ze Σ . Ke každému bodu x Deloneovské množiny Σ lze zkonstruovat tzv. Voronoiovo okolí. To je tvořeno body, které mají blíže k x než k ostatním bodům množiny Σ . Voronoiova okolí tvoří dláždění, které beze zbytku a bez překrývání pokrývá celý prostor \mathbb{R}^n . Ukazuje se, že Voronoiovo dláždění kvazikrystalů má jen konečný počet typů dlaždic.

Úkolem této práce bylo popsat Voronoiovo dláždění pro určitou třídu dvourozměrných kvazikrystalů a klasifikovat ji podle typů Voronoiových dlaždic – ve dvourozměrném případě polygonů. K tomu bylo zapotřebí detailně studovat strukturu jednorozměrných kvazikrystalů, vypracovat software na generování studovaných struktur a na konstruování Voronoiova dláždění dané Deloneovské množiny. Nezbytným parametrem pro konstrukci Voronoiova dláždění je pokrývací poloměr. Jedním z významných teoretických výsledků této práce je určení pokrývacího poloměru pro danou třídu kvazikrystalů a praktický odhad na počet bodů, které je nutno uvažovat při konstruování Voronoiovy dlaždice v daném speciálním případě.

Zadaný úkol není možné řešit analyticky. Byl proto vypracován program, který řeší tuto obsáhlou, ale konečnou úlohu výčtem všech možných situací. Pro úplnou klasifikaci Voronoiových dláždění nekonečného počtu kvazikrystalů dané třídy bylo nezbytné provést detailní teoretický rozbor. Podařilo se klasifikovat studované kvazikrystaly do šesti skupin a pro každou z nich určit všechny typy Voronoiových polygonů. V rámci jedné skupiny se Voronoiova dláždění liší pouze hustotou výskytu jednotlivých polygonů.

Součástí práce jsou programy na generování úseků jednorozměrných kvazikrystalů a lokálních konfigurací bodů ve dvourozměrných kvazikrystalech. Dále práce obsahuje software, který umožňuje konstrukci Voronoiových polygonů a jejich přesné porovnávání. Ačkoliv se tato práce zaměřila na speciální třídu modelů kvazikrystalu, dosažený výsledek má veliký význam i pro studium širší skupiny případů. Je základem pro budoucí diplomový projekt, ve kterém budou studována a klasifikována Voronoiova dláždění obecných dvourozměrných kvazikrystalů. Postup pro zobecnění dosažených výsledků je v předkládané práci rovněž navržen.

Adaptivní metody pro řešení třírozměrného proudění

Martin Zoubek

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

V této práci se zabýváme numerickým řešením třírozměrného nevazkého stlačitelného proudění při rychlostech blízkých rychlosti zvuku pomocí adaptivních metod.

Vlastní přínos soutěžní práce:

1. Napsání programu pro řešení třírozměrných Eulerových rovnic pomocí metody konečných objemů (v programovacím jazyce C, numerický tok: přímý Riemannův řešič).

2. Původní zobecnění indikátoru šoku z [12] a residuálního indikátoru z [6, 7] pro třírozměrné úlohy, formulace a důkaz lemmat 2.4.1–2.4.3.

3. Naprogramování dvou odlišných metod bisekce (FLEB a BAMP, str. 16–20) založených na výše uvedených indikátorech zjemnění pro třírozměrné úlohy (v jazyce C).

4. Původní zobecnění anisotropní úpravy sítě (AMA) z [3] pro třírozměrný případ, původní definice optimálního čtyřstěnu a důkaz věty o normě jeho hran (str. 24).

5. Původní definice parametru kvality sítě a návrh algoritmu pro konstrukci sítě, pro niž je parametr kvality minimální (str. 25–29).

6. Naprogramování algoritmu anisotropní úpravy sítě v jazyce C.

7. Numerické ověření těchto metod na třírozměrném rozšíření dvourozměrného testovacího kanálu společnosti Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM). Metody přesně zachycují tzv. Zierepovu singularitu, u AMA se dobře projevuje grid coarsening/alignment.

8. Numerické ověření na třírozměrném kanálu pro proudění se silnou rázovou vlnou.

Soutěžní práce tvoří podstatnou část diplomové práce uchazeče.

Soutěže SVOČ se účastním poprvé.

Výsledky soutěže

Sekce S1 – Matematická analýza

1. místo

Petr Honzík, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Wolffův potenciál na kvazimetrickém prostoru.*

Petra Šindelářová, Matematický ústav SU v Opavě, *Counterexamples to Sharkovsky's conjectures concerning maps with zero topological entropy.*

2. místo

David Opěla, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Spaces of Functions with Bounded and Vanishing Mean Oscillation.*

3. místo

Jiří Benedikt, Fakulta aplikovaných věd ZČU v Plzni, *Sturmova–Liouvilleova úloha pro p -biharmonický operátor.*

Petr Vodstrčil, Přírodovědecká fakulta MU v Brně, *O jedné tříbodové okrajové úloze pro diferenciální rovnici druhého řádu s deformovaným argumentem.*

Sekce S2 – Teorie pravděpodobnosti, statistika a ekonometrie

1. místo

Zbyněk Pawlas, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Centrální limitní věty ve stochastické geometrii.*

2. místo

David Hampel, Přírodovědecká fakulta MU v Brně, *Programová implementace AR modelu pro mnohoznačné časové řady.*

Jan Kalina, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Některé skórové testy pro hodnocení kontingenčních tabulek.*

Sekce S3 – Matematické struktury

1. místo

Robert Šámal, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Nenulové toky*.

2. místo

Zdeněk Dvořák, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Vlastnosti polynomu propletení*.

Jan Kára & Daniel Král', Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Minimum Degree and the Number of Chords*.

David Stanovský, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Homomorfní obrazy subdirektně ireducibilních algeber*.

3. místo

Alžběta Haková, Matematický ústav SU v Opavě, *Vztah mezi variačností a uzavřeností pro $(n+1)$ -formy 1. řádu*.

Přemysl Jedlička, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Svazy dělitelnosti pletenců a semidirektní součiny*.

Sekce S4 – Teoretická informatika

1. místo

Jan Bouda, Fakulta informatiky MU v Brně, *Entanglement swapping between multi-qudit systems*.

Daniel Král', Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Mixed Hypergraphs*.

2. místo

Petr Cintula, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze, *The $L\Pi$ and $L\Pi_{\frac{1}{2}}$ logics*.

Jan Strejček, Fakulta informatiky MU v Brně, *Models of Infinite-State Systems with Constraints*.

3. místo

Jakub Černý, Jan Kára, Daniel Král', Pavel Podbrdský, Miroslava Sotáková, Robert Šámal, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *O počtu průsečíků dvou mnohohelníků*.

Sekce S5 – Aplikovaná matematika

1. místo

Jan Zich, Katedra matematiky FJFI České vysoké učení technické, *Voronoiovo dlážďění kvazi-kryсталů.*

Martin Zoubek, Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze, *Adaptivní metody pro řešení třírozměrného proudění.*

2. místo

Petr Kundrát, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, *Konstrukce optimálního řízení rakety s maximálním doletem.*

3. místo

Michal Krchňák, Přírodovědecká fakulta OU v Ostravě, *Evoluční strategie v globální optimalizaci.*

Program závěrečné studentské konference SVOČ 2001

Vydavatel: Matematický ústav Slezské univerzity v Opavě

Technický redaktor: Ondřej Valík

Místo a rok vydání: Opava, 2001

2. upravené vydání

© Matematický ústav Slezské univerzity v Opavě, Opava 2001